الامتحان التجريبي في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (05 نقاط)

- اختر الاجابة الصحيحة مع التبرير في كل مما يلي :

/1 الدالة الأصلية للدالة $x \mapsto \dfrac{1}{x\ln x}$ على المجال $]1;+\infty[$ وَ التي تنعدم عند القيمة $x=\sqrt{e}$ هي : 01

أ- $\ln(\ln x)+\ln 2$ ب- $\ln(|\ln x|)-\ln 2$ جـ- $\ln(2|\ln x|)$

/2 إذا كانت $g(x)>0$ في المجال $]-1;+\infty[$ وَ كانت $f(x)=g(e^x-1)$ فإن $f(x)>0$ في المجال : 01

أ- $]-1;+\infty[$ ب- $]-\infty;1[$ جـ- $]-\infty;+\infty[$

/3 إذا كانت f دالة فردية ، فإن دالتها الأصلية F هي دالة : 01

أ- زوجية ب- فردية جـ- لا زوجية و لا فردية

/4 الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln\left(\sqrt{2x^2+1}-\sqrt{2}x\right)$ هي دالة : 01

أ- زوجية ب- فردية جـ- لا زوجية و لا فردية

/5 f وَ g دالتان قابلتان للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وَ $f(x_0)=g(x_0)=0$ فإن $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)}{g(x)}$ تساوي : 01

أ- $\dfrac{f'(x_0)}{g'(x_0)}$ ب- $\pm\infty$ جـ- لا يمكن حسابها

التمرين الثاني : (04 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد وَ متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

/1 حل في $\mathbb{C}$ مجموعة الأعداد المركبة المعادلة ذات المجهول z التالية : 0,5

$$(2z-1)^2+(2-i)^2=0$$

نرمز بـ z_1 وَ z_2 إلى حلي المعادلة حيث $\mathrm{Im}(z_1)<\mathrm{Im}(z_2)$ وَ النقطتين A وَ B صورها على الترتيب

/2 أكتب كل من z_1 وَ z_2 على الشكل الأسي ، ثم تحقق أن : $z_1^{2015}+\left(\dfrac{z_2}{\sqrt{2}}\right)^{2016}=z_2$. 0,75

/3 نعتبر التحويل النقطي f الذي يرفق بكل نقطة $M(x,y)$ ذات اللاحقة z النقطة $M'(x',y')$ ذات اللاحقة z' حيث : $z'=z_2\,z+z_1\,z_2$

أ- عين صورة النقطة B بالتحويل f ، ماذا تستنتج ؟ 0,5

ب- عين قيساً للزاوية $(\overrightarrow{BM},\overrightarrow{BM'})$ ، ثم أحسب الطول BM' بدلالة الطول BM . 01

ج- استنتج الطبيعة و العناصر المميزة للتحويل النقطي f . 0,25

/4 أ- عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M(x,y)$ بحيث يكون : $|(1+i)z+1-i|=\sqrt{2}$. 0,5

ب- عين ثم أنشئ مجموعة النقط $M(x,y)$ بحيث يكون : $\arg\left(z_2\,\bar{z}+z_1\,z_2\right)^2=\arg(z_1)+\arg(z_2)$ 0,5

التمرين الثالث : (04 نقاط)

نعتبر في الفضاء معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، حيث $A(1;2;-2)$ ، $B(1;-1;1)$ وَ $C(2;1;-2)$

1/ بين أن النقط A ، B وَ C تعين مستوياً. 0,5

2/ عين تمثيلاً وسيطياً للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له. 01

3/ لتكن (S) سطح الكرة التي مركزها النقطة $\Omega(1;1;1)$ وَ نصف قطرها $R=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. 0,5

أ- بين أن المستوي (ABC) مماس لسطح الكرة (S). 0,25

ب- أوجد إحداثيات H نقطة تماس (ABC) وَ (S). 0,25

4/ لتكن α ، β وَ δ ثلاثة أعداد حقيقية .

أ- اثبت أنه إذا كانت النقطة H مرجحاً للجملة $\{(A,\alpha);(B,\beta);(C,\delta)\}$ فإن : $\alpha+\beta+\delta=1$ 0,5

ب- عين الأعداد α ، β وَ δ . 0,5

5/ لتكن $M(a;b;c)$ نقطة من المستوي (ABC)، بين أن : $a^2+b^2+c^2\geq\dfrac{1}{3}$. 0,5

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I- نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ كما يلي : $g(x)=x\,e^x-1$

1/ أدرس تغيرات الدالة g . 01

2/ أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث $0,567<\alpha<0,568$. 0,5

3/ استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$. 0,5

II- لتكن f دالة معرفة على $\mathbb{R}-\{0\}$ بالعبارة : $f(x)=\left(e^x-\ln|x|\right)^2$

وَ ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ حيث : $\|\vec{i}\|=2\|\vec{j}\|$.

1/ أثبت أنه من أجل كل $x>0$ فإن $f(x)=x^2\left(\dfrac{e^x}{x}-\dfrac{\ln x}{x}\right)^2$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$. 0,5

2/ أ- بين أن المعادلة $e^x-\ln(-x)=0$ تقبل حلاً وحيداً β حيث $\beta\in]-1,4\,;\,-1,3[$. 0,5

ب- استنتج على $\mathbb{R}-\{0\}$ حلول المتراجحات : $e^x>\ln(x)$ ، $e^x<\ln(-x)$ وَ $e^x\geq\ln(-x)$. 0,5

3/ أ- بين أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}-\{0\}$ فإن : $f'(x)=\dfrac{2}{x}\left(e^x-\ln|x|\right)g(x)$. 0,5

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f . 0,5

4/ بين أن : $f(\alpha)=\left(\dfrac{1}{\alpha}+\alpha\right)^2$ ، ثم استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ سعته 10^{-3}. 0,75

5/ شكل جدول تغيرات الدالة f ، ثم أرسم (C_f)على المجال $[-7,0[\cup]0,2]$. 1,5

6/ ناقش حسب قيم الوسيط m $(m\in\mathbb{R}^+)$، عدد وَ إشارة حلول المعادلة : $e^x-\ln|x|-\sqrt{m}=0$ 0,75

مع الدعاء الصادق بالتوفيق و النجاح الدائمين

الأستاذ: تــوامـــي – ع